TITLE:

CAUCHY PROBLEMS FOR MIXED-TYPE OPERATORS (Structure of Solutions for Partial Differential Equations)

AUTHOR(S):

打越, 敬祐

CITATION:

打越, 敬祐. CAUCHY PROBLEMS FOR MIXED-TYPE OPERATORS (Structure of Solutions for Partial Differential Equations). 数理解析研究所講究録 1998, 1056: 40-45

ISSUE DATE:

1998-08

URL:

http://hdl.handle.net/2433/62300

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅 Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
1056 巻 1998 年 40-45

CAUCHY PROBLEMS FOR MIXED-TYPE OPERATORS

打越　敬祐
神奈川県横須賀市走水 1 − 10 − 20
防衛大学校数物教室
emil:uchikosh@cc.nda.ac.jp

1.　はじめに

本稿では，混合形擬微分方程式の初期値問題を考察する．これはトリコミ方程式のように領域によって方程式のタイプが変化する場合の問題であるが，さらに楕円形作用素や双曲形作用素が”混合”している場合も考える．すなわち

(1)
$$P=\left\{\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^2-x_1\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^2\right\}\left\{\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^2-x_1^2\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^2\right\}\left\{\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^2+x_1^2\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^2\right\}$$
$$+\Big(5\text{ 階作用素}\Big)$$

のような作用素の場合，初期値問題の解が存在するかどうかという問題である．

はじめに佐藤超関数の記号について簡単な説明を行う．まず $x=(x_1,\cdots,x_n)\in\mathbf{R}^n$ に対して $D=\partial/\partial x$ とする． x の双対変数を ξ とするが作用素 D に文字 ξ が対応するわけだから$\xi\in\sqrt{-1}\mathbf{R}^n$となる (なおヘルマンダー [3] の記号では$-\sqrt{-1}D,-\sqrt{-1}\xi$をそれぞれ D,ξ と書いており，従って$\xi\in\mathbf{R}^n$となる)．この点は後で注意が必要になる．$x=(x_1,x')=(x'',x_n)=(x_1,x''',x_n)$ とする．

マイクロ関数については詳しい説明を省略するが，$x=0$ で定義された佐藤超関数を考えて，$x=0,\xi=(0,\cdots,0,\sqrt{-1})$ で定められる点 $x^*\in\sqrt{-1}\mathbf{T}^*\mathbf{R}^n$においてマイクロ解析的なものは 0 と同一視したものを x^*におけるマイクロ関数といい，その全体を$\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$と書く．ヘルマンダーの概念では，対応する場所で解析的波面集合を調べることになる．

佐藤理論の擬微分作用素とヘルマンダー理論の擬微分作用素の関連は以下のようになる．$r>0$ のとき$\omega_r=\{(x,\xi')\in\mathbf{R}^n\times\sqrt{-1}\mathbf{R}^n;\ |x|<r,\ |\xi''|<r\operatorname{Im}\xi_n\}$ としてω_r上の解析関数の集合を$\mathcal{A}(\omega_r)$ とする．まず $m\in\mathbf{Z}$として，$\exists C>0,\exists r>0$ に対して $a(x,\xi)\in\mathcal{A}(\omega_r)$ があり，ω_rにおいて

$$|\partial_x^\alpha\partial_\xi^\beta a(x,\xi)|\le C^{|\alpha|+|\beta|+1}\alpha!\beta!(\operatorname{Im}\xi_n)^{m-|\beta|}$$

であるときこの完全表象に対応する作用素 $a(x,D)$ を考えてその全体を$\mathcal{E}^{\mathbf{R}}(m)_{x^*}$と書く．さらに ξ について j次斉次な $a_j(x,\xi)(j=m,m-1,m-2,\cdots)$ があり $a(x,\xi)\sim\sum_{j\le m}a_j(x,\xi)$となっている $a(x,D)\in\mathcal{E}^{\mathbf{R}}(m)_{x^*}$ の全体を$\mathcal{E}(m)_{x^*}$と書く．これらはそれぞれヘルマンダーの $S^m_{1,0},S^m_{\mathrm{phg}}$という表象族に対応する作用素である．$\mathcal{E}_{x^*}=\bigcup_{m\in\mathbf{Z}}\mathcal{E}(m)_{x^*}$ と定め，その元をマイクロ微分作用素 (microdifferentail operator) という．一方記号

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

が首尾一貫しないが，$\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}(\supset \bigcup_{m\in\mathbf{Z}} \mathcal{E}^{\mathbf{R}}(m)_{x^*})$ は次のように定める．$a(x,\xi)\in\mathcal{A}(\omega_r)$ が $\exists C>0, \forall\varepsilon>0, \exists C_\varepsilon>0$ に対してω_r上で

$$|\partial_x^\alpha\partial_\xi^\beta a(x,\xi)| \le C_\varepsilon C^{|\alpha|+|\beta|}\alpha!\beta!(\operatorname{Im}\xi_n)^{-|\beta|}\exp(\varepsilon\operatorname{Im}\xi_n)$$

のとき対応する作用素 $a(x,D)$ の全体を$\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$と書き，その元を正則超局所作用素 (holomorphic microlocal operator) という ([1],[7] 参照)．さらに一般化してヘルマンダーの$S^m_{\rho,\delta}$に対応する概念として，超局所作用素 (microlocal operator) が考えられるが，ここでは詳述しないことにする．概念的には

$$\begin{array}{llllll}
\text{ヘルマンダー} & S^m_{\mathrm{phg}} & \subset & S^m_{1,0} & \subset & S^m_{\rho,\delta} \\
 & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\
\text{佐藤} & \mathcal{E}_{x^*} & \subset & \mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*} & \subset & \mathcal{L}_{x^*}
\end{array}$$

となる ($\mathcal{L}_{x^*}$は超局所作用素の集合)．実はヘルマンダーと佐藤はそれぞれ全く別の問題意識からこれらのクラスを導入した．それにもかかわらず上のような対応関係が見られる点が興味深い．これらの作用素 $a(x,D)$ はいずれも $a:\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}\longrightarrow\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$ と作用し，マイクロ関数の台を増やさない．楕円形偏微分作用素のパラメトリクスの構成や擬微分作用素の接触変換は$\mathcal{E}_{x^*}$の範囲でできるのでこのクラスがもっとも標準的であり，佐藤理論では特別な事情がなければこのクラスで考えることが多い．本稿でも最初$\mathcal{E}_{x^*}$から出発する．しかし主要定理では必然的に$\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$を用いざるを得なくなる．$\mathcal{L}_{x^*}$は使わない．

例． $a(x,D)\in\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$のとき $a(x,\xi)$ はξ''について原点でテイラー展開されるから

$$a(x,D)=\sum_{\alpha''\in\mathbf{Z}_+{}^{n-1}} a_{\alpha''}(x,D_n)D''^{\alpha''}$$

となる．ここで各 $a_{\alpha''}(x,\xi_n)$ は$\xi_n=0$ で正則でなくてよい．$\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$の元は一般にはこれ以上具体的な表示はできない．しかしさらにもし $a(x,D)\in\mathcal{E}_{x^*}$なら$\xi_n$について原点でローラン展開されるので

$$a(x,D)=\sum_{\alpha\in\mathbf{Z}_+{}^{n-1}\times\mathbf{Z}} a_\alpha(x)D^\alpha$$

となる．ここで$\alpha_j\ge 0 (1\le j\le n-1)$ であり，α_nだけは負でもよい．$\mathcal{E}_{x^*}$の元はこのように形が完全に決まってしまう．例えば $D_1D_n^{-2}\in\mathcal{E}(-1)_{x^*}, D_1D_n^{-1/2}\in\mathcal{E}^{\mathbf{R}}(1)_{x^*}$となる．ちなみに $\exp(\sqrt{-1}\xi_1^2/\xi_n)\in S^m_{1/2\ ,0}$となるので $\exp(\sqrt{-1}D_1^2/D_n)\in\mathcal{L}_{x^*}$ である．

2． 問題の説明

$x^*=(0;0,\cdots,0,\sqrt{-1})\in\sqrt{-1}\mathbf{T}^*\mathbf{R}^n(=\mathbf{R}^n\times\sqrt{-1}\mathbf{R}^n)$, $x'^*=(0;0,\cdots,0,\sqrt{-1})\in\sqrt{-1}\mathbf{T}^*\mathbf{R}^{n-1}$とする．$P(x,D)\in\mathcal{E}(m)_{x^*}(m\ge 2)$ は

$$(2)\qquad \begin{cases} P(x,D)=D_1^m+\displaystyle\sum_{0\le j\le m-1} P_j(x,D')D_1^j, \\ \operatorname{ord} P_j\le m-j \end{cases}$$

という形であるとする．$P(x,D)$ の主表象$\sigma_m(P)(x,\xi)$ は

$$(3)\quad \begin{cases} x_1=0 \text{ のとき} \sigma_m(P)=\xi_n^m; \\ x_1\neq 0 \text{ のとき} \sigma_m(P)=0 \text{ の根} \xi_1=\varphi_1(x,\xi'),\cdots,\varphi_m(x,\xi') \text{は } 0 \text{ にならず}, \\ \text{全て相異なる} \end{cases}$$

を満たしているとする．集合 A において正則な関数の全体を$\mathcal{O}(A)$ とする．
また$\mathcal{O}_{(j)}(A)=\sum_{0\le k\le j-1} x_1^{k/j}\mathcal{O}(A)$ とする．トリコミ作用素 $P=D_1^2-x_1D_n^2$の場合 $\sigma_2(P)=(\xi_1-x_1^{1/2}\xi_n)(\xi_1+x_1^{1/2}\xi_n)$ となるのでこのような x_1に関する分数べきの関数を考える必要がある．一般性を失うことなく $\exists m'\in\mathbf{N}$に対して$\varphi_j(x,\xi')\in\mathcal{O}_{(m'),x^*}$としてよく，また$\varphi_j(x,\xi')$は$\xi'$ について 1 次斉次であり$\varphi(0,x',\xi')=0$ である．従って

$$\begin{cases} \exists q_j\in\mathbf{N}/m' \text{と } \exists a_j(x,\xi')\in\mathcal{O}_{(m'),x^*} \text{に対して} \\ \varphi_j(x,\xi')=x_1^{q_j}a_j(x,\xi'),\ a_j(x^*)\neq 0\ (1\le j\le m) \end{cases}$$

となる．最後に

$$(4)\qquad i\neq j \quad\Longrightarrow\quad (q_i,a_i(x^*))\neq(q_j,a_j(x^*))$$

と仮定する．

以上の仮定のもとで次の初期値問題を考える:

$$(5)\qquad \begin{cases} Pu=0, \\ D_1^{j-1}u(0,x')=v_j(x'), \quad 1\le j\le m. \end{cases}$$

ここで $u\in\mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}, v_j\in\mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$とする．$P(x,D)$ がマイクロ双曲形のとき (5) は常にただ一つの解を持つことが知られている ([4] 参照)．それ以外の場合は初期値の与え方によって (5) は解を持つときと持たないときがあり得る．例えば $v_1=\cdots=v_m=0$ なら Pが双曲形であってもなくても解 $u=0$ が存在する．

本稿の目的は (5) が解を持つのは初期値がどういう条件を満たす場合か調べることである．

3． 主要結果

上述の問題を解決するためまず特性根の分類が必要である．$\theta\in\{0,\pi\}$ として，

$$(x,\xi')\in\mathbf{R}^n\times\sqrt{-1}\mathbf{R}^{n-1},\ x_1\neq 0,\ \arg x_1=\theta$$

という条件の下で

$$\begin{aligned} M&=\{1,2,\cdots,m\}, \\ M_{0,\theta}&=\{\lambda\in M;\ \mathrm{Re}(x_1\varphi_\lambda(x,\xi'))=0\}, \\ M_{\pm,\theta}&=\{\lambda\in M;\ \pm\mathrm{Re}(x_1\varphi_\lambda(x,\xi'))>0\}, \\ M'_\theta&=M\setminus M_{0,\theta}\setminus M_{+,\theta}\setminus M_{-,\theta} \end{aligned}$$

と定める．また集合 $M_{0,\theta}$, $M_{\pm,\theta}$の元の個数をそれぞれ $m_{0,\theta}$, $m_{\pm,\theta}$とする．そして

$$M'_\theta = \emptyset,\ \forall\theta \in \{0, \pi\}. \tag{6}$$

であると仮定する．

例．　もし

$$\begin{cases} \varphi_1(x,\xi') = x_1\xi_n, \\ \varphi_2(x,\xi') = \sqrt{-1}x_1\xi_n, \\ \varphi_3(x,\xi') = -\sqrt{-1}x_1\xi_n, \\ \varphi_4(x,\xi') = x_1^{1/2}\xi_n, \\ \varphi_5(x,\xi') = -x_1^{1/2}\xi_n, \\ \varphi_6(x,\xi') = x_1^2(1+\sqrt{-1}x_2)\xi_n \end{cases}$$

であれば上の各集合は次のようになる．$\xi \in \sqrt{-1}\mathbf{R}^n$, $\operatorname{Im}\xi_n > 0$ だから $\arg\xi_n = \pi/2$ に注意すると，$x \in \mathbf{R}^n, \arg x_1 = \theta, \arg\xi_n = \pi/2$ となる．従って$\operatorname{Re}(x_1\varphi_1(x,\xi')) = 0$ であり $1 \in M_{0,\theta}$ となる．同様に $2 \in M_{-,\theta}, 3 \in M_{+,\theta}$となる．以上は各$\theta$について共通である．$\varphi_4(x,\xi')$の場合は，

$$\arg(x_1\varphi_4(x,\xi')) = 3\theta/2\ +\pi/2$$

だから$\theta = 0$ のときは $4 \in M_{+,0}$，$\theta = \pi$のときは $4 \in M_{0,\pi}$となり，同様に$\theta = 0$ のときは $5 \in M_{-,0}$，$\theta = \pi$のときは $5 \in M_{0,\pi}$となる．最後に$\varphi_6(x,\xi')$について考えると，

$$\operatorname{Re}(x_1\varphi_6(x,\xi')) = \operatorname{Re}(x_1^3(1+\sqrt{-1}x_2)\xi_n) = -\operatorname{Re}(x_1^3x_2)\operatorname{Im}\xi_n$$

となるから $6 \in M'_\theta$となる．すなわち$\varphi_4(x,\xi'), \varphi_5(x,\xi')$は x_1が変化するのにつれて楕円形になったり双曲形になったりするのに対し，$\varphi_6(x,\xi')$は x_1, x_2が変化するのにつれてタイプが変わってしまう．上述の条件 (6) は$\varphi_6(x,\xi')$のような複雑な特性根は考えないという意味である．もう一度整理しておくと

θ	$M_{0,\theta}$	$M_{+,\theta}$	$M_{-,\theta}$	M'_θ
0	1	3,4	2,5	6
π	1,4,5	3	2	6

となる．

なお$\varphi_1(x,\xi')$は双曲形の特性根で標準単射ιに対して

$$0 \xrightarrow{\ \iota\ } \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}} \longrightarrow \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*} \xrightarrow{D_1-x_1D_n} \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*} \longrightarrow 0$$

は完全である．レビ-溝畑形の特性根$\varphi_2(x,\xi')$に対応する作用素 $D_1 - \sqrt{-1}x_1D_n$も同様の完全系列を満たす．$\varphi_3(x,\xi')$については

$$0 \longrightarrow \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*} \xrightarrow{D_1+\sqrt{-1}x_1D_n} \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*} \longrightarrow \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}} \longrightarrow 0$$

が完全になる ([7] 参照). すなわち $M_{0,\theta}$や $M_{-,\theta}$に属する特性根は初期値問題を解く上でなんら障害にならないのに対して $M_{+,\theta}$に属する特性根は障害となるものである.

主要定理を述べるために relation という概念を導入する. $X(x',D')_{\mu,\nu} \in \mathcal{E}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$ を (μ,ν)-成分とする $i \times j$-行列 $X(x',D')$ の集合を$\mathcal{E}^{i\times j}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$とする. ここで各成分は (x_1,D_1) を含まないものであることに注意してほしい. さて $A(x',D'), B(x',D') \in \mathcal{E}^{m\times m}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$が

$$A(x',D')B(x',D') = B(x',D')A(x',D') = \mathrm{Id}$$

を満たしているとして, $A(x',D')$ の行のうちいくつか (k個) を選び出して作った $k\times m$ 行列を $A'(x',D')(\in \mathcal{E}^{k\times m}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}})$ とおく. $v_1(x'),\cdots,v_m(x') \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$が k-relation を満たすとは, 上の条件を満たすある $A(x',D'), B(x',D') \in \mathcal{E}^{m\times m}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$からこのようにしてある $A'(x',D') \in \mathcal{E}^{k\times m}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$を作ったときに$\vec{v}(x') = {}^t(v_1(x'),\cdots,v_m(x'))$ が $A'\vec{v} = \vec{0}$ となることをいう. $\mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$-成分の m 次元縦ベクトルの集合を$\mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}{}^m$として

$$\mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}{}^m \ni \vec{v} \xrightarrow{\sim} A\vec{v} \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}{}^m$$

であり, $\vec{v}$が k-relation を満たすというのは右辺に移ったときにどれかある k個の成分が消えていることを意味する.

もし $v_1(x'),\cdots,v_m(x')$ がある k-relation ともうひとつの ℓ-relation を満たしていてもこのことから $(k+\ell)$-relation が得られるわけではない.

以上の準備のもとで主要定理は次のようになる.

定理. $P(x,D)$ は条件 (2), (3), (4), (6) を満たしているとする. このとき (Pによって与えられる) ある $m_{+,0}$-relation と $m_{+,\pi}$-relation とがあって, 初期値問題 (5) が解 $u \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^n,x^*}$を持つための必要十分条件は初期値 $v_1(x'),\cdots,v_m(x') \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$がこれらふたつの relations を満たしていることである.

注. 上の結果は作用素の主表象だけで決まり, 低階項には無関係である. しかしこの relation をきちんと計算しようとすればそれは低階項の影響を受ける. つまり relation をどれだけ与えればよいかということは主表象だけで決まるが, その具体的な内容は低階項も考慮しなければならない.

なお前にも述べた通り relation は$\mathcal{E}^{\mathbf{R}}_{x^*}$を使わないと表現できない.

最後にいくつかの例をあげる.

例 (双曲形方程式) $P(x,D) = D_1^2 - x_1^2 D_n^2 + P'(x,D)$, $\mathrm{ord}\,P' \le 1$ とする. このときふたつの特性根$\varphi_1(x,\xi') = x_1\xi_n, \varphi_2(x,\xi') = -x_1\xi_n$, が得られ, 各$\theta \in \{0,\pi\}$ に対して $M_{0,\theta} = \{1,2\}$, $M_{\pm,\theta} = \emptyset$ となり, $m_{+,\theta} = 0$ である. 従って relation は現れず, どのような $v_1(x'), v_2(x') \in \mathcal{C}_{\mathbf{R}^{n-1},x^{*\prime}}$をとってきても (5) は解を持つ. このことは [4] によって証明されている.

例 (トリコミ方程式). $P(x,D) = D_1^2 - x_1 D_n^2 + P'(x,D)$, $\mathrm{ord}\,P' \le 1$ とする. このときふたつの特性根$\varphi_1(x,\xi') = \sqrt{x_1}\xi_n$, $\varphi_2(x,\xi') = -\sqrt{x_1}\xi_n$ が得られ, $\theta = 0$ のときは $M_{0,0} = \{1,2\}$ となり, $m_{+,0} = 0$ となる. $\theta = \pi$のときは $M_{+,\pi} = \{1\}, M_{-,\pi} = \{2\}$ となり, $m_{+,0} = 1$ となる. 従ってある 1-relation が存在し, (5) が解を持つための必

要十分条件は初期値がこの relation を満たすことである．おおざっぱにいえば，ひとつだけ初期条件を与えればよいことになる．この問題は [5] によって考察された．

例 (準楕円形方程式)．$P(x,D)=D_1^2+x_1^2D_n^2+P'(x,D)$, $\mathrm{ord}\,P'\leq 1$ とする．このときふたつの特性根$\varphi_1(x,\xi')=\sqrt{-1}x_1\xi_n, \varphi_2(x,\xi')=-\sqrt{-1}x_1\xi_n$ が得られ，各$\theta\in\{0,\pi\}$ に対して $M_{-,\theta}=\{1\}$, $M_{+,\theta}=\{2\}$, $m_{+,\theta}=1$ となる．(5) が解を持つための条件はここから決まるふたつの 1-relations によって与えられる．先にも述べた通りふたつの 1-relations はひとつの 2-relation を意味するとは限らない．しかし多くの場合このことは正しいだろう．そこでもしこれらの 1-relations がある 2-relation になるとすれば，(5) が解を持つのは $v_1=v_2=0$ のときに限ることになる．いいかえれば $Pu=0$ だったとすると u はなんらかの初期値 v_1, v_2 を持つことになるが，一方 $v_1=v_2=0$ でなければならないから結局 $Pu=0\Longrightarrow u=0$ となる．すなわち上述の前提のもとで Pは準楕円形になる．Pの準楕円性については昔から詳しく調べられている．ただしそこでは relation ということばは使われていない．$P(x,D)=D_1^2+x_1^2D_n^2+cD_n$なら relations が陽に計算できて，"1-relation + 1-relation = 2-relation" となるための必要十分条件は $c\notin\{\sqrt{-1},\ \sqrt{-1}3,\ \sqrt{-1}5,\cdots\}$ であることがわかっている ([2],[6] 参照)．

我々の結果はより複雑な問題についても有効である．例えば冒頭の作用素に対して $m=6$, $m_{+,0}=2$, $m_{+,\pi}=1$ となる．従って 6 個の初期値 $v_1(x'),\cdots,v_6(x')$ を与えて初期値問題 (5) を考えるときには，$v_1(x'),\cdots,v_6(x')$ に対してひとつの 2-relation とひとつの 1-relation が要求される．大ざっぱにいえば，6 個の初期値のうち 3 個だけ自由に与えてよいことになる．

References

[1] T. Aoki, *Symbols and formal symbols of pseudodifferential operators*, Advanced Studies in Pure Mathematics **4** (1984), 181–208.

[2] L. Boutet de Monvel, *Hypoelliptic operators with double characteristics and related pseudo-differential operators*, Comm. Pure Appl. Math. **27** (1974), 585–639.

[3] L. Hörmander, *The analysis of linear partial differential operators*, Grundlehren der mathematischen Wissenscaften, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1983.

[4] M. Kashiwara and T. Kawai, *Microhyperbolic pseudodifferential operators I*, J. Math. Soc. Japan **27** (1975), 359–404.

[5] K. Kataoka, *Microlocal analysis of boundary value problems with regular or fractional power singularities*, Structure of solutions of differential equations, Proceedings of a symposium held at Katata/Kyoto, World Sci. Publishing, River Edge, NJ, 1997.

[6] S. Nakane, *Propagation of singularities and uniqueness in the Cauchy problem at a class of doubly characteristic points*, Comm. Partial Differential Equations **6** (1981), 917–927.

[7] M. Sato, T. Kawai, and M. Kashiwara, *Microfunctions and pseudo-differential equations*, Lecture Notes in Math., vol. 287, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1973.